

(١-٥-أ) الأنواع المختلفة من المقاييس الإحصائية:  
المقياس الإحصائي: هو طريقة لتلخيص البيانات لتصبح أكثر منطقية.

### أنواع المقاييس الإحصائية

الوسيط

الوسط الحسابي

المنوال

**أولاً: المنوال:** هو القيمة الأكثر تكرار (أو شيوعاً) في قيم مجموعة البيانات.

**مثال:** أوجد المنوال لمجموعة البيانات الآتية: **الحل:**

٦ ٦ ٧ ٤ ٦ ٩ ٥

**ملاحظة مهمة:** ■ عندما تتساوى تكرارات كل القيم لا يكون هناك منوال

■ من تعريف المنوال يظهر لنا عدة أنواع من البيانات:

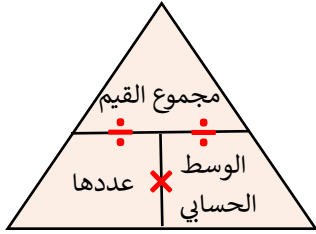
بيانات ليس لها منوال	مثلاً	٣ ٥ ٣ ٥ ٤ ٤ ١ ٧ ٣ ٢
بيانات لها منوال واحد	مثلاً	٧ = المنوال ٧ ٥ ٧ ٦ ٧ ٤
بيانات لها أكثر من منوال	مثلاً	٥ ١ = المنوال ٥ ١ ٤ ١ ٤ ٧

**تمرين:** صل كل مجموعة بيانات بالمنوال المناسب لها إن وجد:

لا يوجد منوال	٦ ٦ ٦ ٦ ٥ ٥ ٥ ٤ ٤
٤	٦ ٦ ٦ ٥ ٥ ٥ ٤ ٤ ٤
٥	٦ ٦ ٦ ٥ ٥ ٥ ٤ ٤ ٤
٦	

**ثانياً: الوسط الحسابي:** - هو المقياس الأكثر استخداماً لأنه يأخذ في الاعتبار كافة القيم.  
- هو القيمة التي تنتشر حولها البيانات بطريقة ما.

حساب الوسط الحسابي:



○ الوسط الحسابي =  $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$   
○ قد لا يكون الوسط الحسابي إحدى قيم البيانات

**مثال:** أوجد الوسط الحسابي للقيم الآتية:

٤ ٤ ٧ ٥ ٦ ٣ ٦

**نشاط فردي:** حوط قيمة الوسط الحسابي لمجموعة البيانات التالية:

٢ ٨ ٩ ٦ ٥  
٤ ٣ ٥ ٦

**نشاط ثنائي:**

تقول لها إذا كان الوسط الحسابي للقيم

٤، ٢، ٦، ٧ هو ١٦ فإن قيمة س = ٢٠

هل ما تقوله لها صواب؟  نعم  لا

فسر إجابتك.



**ثالثًا: الوسيط:** هو القيمة التي تتوسط قيم مجموعة البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً. وهو القيمة التي يقل عنها نصف الأعداد ويزيد عنها النصف الآخر بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً.

**نشاط جماعي:** رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٦٨  
إذا كان الوسط الحسابي لخمس عشرة عدداً يساوي ١٧  
فما مجموع هذه الأعداد؟

تحديد موقع (ترتيب) الوسيط بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً

عدد القيم (ن) زوجي

• يوجد قيمتان تتوسطان القيم  
• موقع الوسيط الأول =  $\frac{ن}{٢}$   
• موقع الوسيط الثاني هو القيمة التالية مباشرة.  
• الوسيط =  $\frac{\text{القيمة الأولى} + \text{القيمة الثانية}}{٢}$

عدد القيم (ن) فردي

• يوجد قيمة واحدة تتوسط القيم  
• موقع الوسيط =  $\frac{١+ن}{٢}$

**مثال ٢:** أوجد الوسيط للقيم  
٦ ٤ ٧ ٥ ٩ ٢

**الحل:**

**مثال ١:** أوجد الوسيط للقيم  
٩ ٥ ٧ ١ ٢

**الحل:**

**تقويم ختامي:** حو ط قيمة ص إذا كان الوسط الحسابي للقيم التالية:

١ ٢ ٥ ٨ ص هو ٤  
٣ ٤ ٥ ٦

**سجل ملاحظتك:**

### التعامل مع القيم المتطرفة

#### تعريف القيمة المتطرفة

هي القيمة التي تكون أصغر بكثير أو أكبر بكثير من باقي القيم من مجموعة البيانات.

مثال توضيحي: انظر إلى مجموعة البيانات الآتية ثم أجب عن الأسئلة التالية :

١ ٤ ٣ ٥ ٤ ٧ ٩

( أ ) حدد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

( ب ) إذا استبدلت القيمة ٩ بالقيمة ١٠٠ هل يتغير الوسيط الحسابي

والوسيط والمنوال؟

الحل:

$$\text{(أ) الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{٣٣}{٧} = \frac{١+٤+٣+٥+٤+٧+٩}{٧} = ٤,٧$$

نرتب القيم تصاعدياً: ١ ٣ ٤ ٤ ٥ ٧ ٩

$$٧ = \text{ن (فردية)} \Rightarrow \text{موقع الوسيط} = \frac{١+٧}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$$

الوسيط = ٤

المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً  $\Rightarrow$  المنوال = ٤

(ب) قيم نفسك يا مبدع ( دون الحل في كراسة الطالب)

ملاحظة: لا يعتمد الوسيط على قيم البيانات ولكن يعتمد على ترتيب

تلك البيانات وموقعها.

نشاط فردي: إذا كان موقع الوسيط لمجموعة من القيم هو الخامس

فحدد عدد القيم

الحل:

تقويم ختامي: حوط قيمة الوسيط للقيم ٢ ٧ ٥ ٤ ٨

٧ ٥ ٢ ٨

سجل ملاحظتك:

### تقويم ختامي: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١١٥:

سجّل فريق كرة السلة النقاط التالية في خمس مباريات رياضية:

٩٨ ٦٤ ١٠٣ ١٠٨ ١٠٩

حدّد المقياس الإحصائي (الوسط الحسابي أو الوسيط أو المنوال) المناسب لوصف النقاط التي حقّقها فريق كرة السلة؟ فسّر إجابتك مُبيّنًا كل الحسابات المطلوبة بوضوح.

**الحل:**

### ملاحظات على المقاييس الإحصائية

المنوال	الوسيط	الوسط الحسابي
<ul style="list-style-type: none"><li>يعتمد على تكرارات القيم.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>يعتمد على ترتيب القيم.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>يعتمد على جميع القيم والبيانات.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>يعتبر أقل المقاييس تأثراً بالقيم المتطرفة.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>لا يتأثر بالقيم المتطرفة، ولكنه يتأثر بالقيم الوسطى.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>يتأثر بالقيم المتطرفة.</li></ul>

### كيف نحدد المقياس الإحصائي المناسب لمعالجة البيانات؟

- استخدم الوسط الحسابي إذا كانت البيانات لا تحتوي على قيم متطرفة .
- استخدم الوسيط في حالة وجود قيم متطرفة والبيانات في المنتصف متقاربة .
- استخدم المنوال إذا كنت تريد معرفة أي الأعداد الأكثر حدوثًا.

**انتبه!!** المنوال لا يعتبر اختياراً موفقاً إذا وجد أكثر من منوال

**مثال توضيحي:** توضح البيانات الآتية أعمار لاعبي فريق كرة قدم بالسنوات

٤١ ٣٢ ٢١ ٢١ ٢٠ ٢٠ ١٩ ١٨ ١٨ ١٧ ١٦

حدد المقياس الإحصائي المناسب لوصف أعمار اللاعبين، أعط سبباً لاختيارك هذا المقياس؟

**الحل:**

- المنوال لا يعتبر اختياراً مناسباً ..... لأنه توجد ثلاث قيم منواله .
  - الوسط الحسابي لا يعتبر اختياراً مناسباً ..... لأنه يتأثر بالقيم المتطرفة .
- الوسيط = ٢٠ وهو أفضل مقياس

تمرين -٢: ضع علامة (٧) أمام العبارة الصحيحة :

خطأ	صح	العبارة
		إذا كان الوسط الحسابي لأطوال ٣١ طالبا هو ١٤٣,٦ سم فإن مجموع أطوال الطلبة يساوي ١٧٤,٦ سم
		إذا كان الوسط الحسابي لكتلة ١٢ كيسا من البطاطس في الكيس هو ٢,٤ كغم وإذا كانت كتلة البطاطس في الكيس الثالث عشر هو ٢,٢ كغم فإن الوسط الحسابي لكتلة الأكياس الـ ١٣ تساوي ٢,٣٨ كغم تقريبا

تمرين -٣: صل بين الرمز س وقيمته المناسبة في العمود الثاني:

٣	قيمة س إذا كان المنوال للقيم ٤، س+١، ٥، ٣ هو ٣
٧	قيمة س إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٤، ١، ٢، ٥، ٨، س هو ٤
٦	قيمة س إذا كان المنوال للقيم ٤، ١١، ٨، ٢، س هو ٨
٢	قيمة س إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة القيم ١+س، ٢+س، ٥+س، ٤+س، ٣+س حيث س عدد صحيح موجب هو ١٣
٤	
١٠	

### تمارين على المقاييس الإحصائية

تمرين -١: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١١٥:

(١) لكل مجموعة بيانات من المجموعات التالية احسب:

(١) المنوال (٢) الوسيط (٣) الوسط الحسابي

(أ) ١٢ ٢ ٥ ٦ ٩ ٣ ١٢ ١٣ ١٠

(د) ١٢ ٢ ٥ ٦ ٩ ٣ ١٢ ١٣ ٤٣

الحل (د):

الحل (أ):

(٢) انظر إلى مجموعتي البيانات في الجزئيتين (أ) و (د) أعلاه ما الاختلاف بينهما؟ كيف يتغير كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال؟

الحل:

تمرين: أكتب مجموعة القيم التي تحقق شروط كل عبارة

العبارة	القيم
مجموعة بيانات مكونة من خمسة قيم وسطها الحسابي ٥ ووسطها ٤ ومنوالها ٤	
مجموعة بيانات مكونة من خمسة قيم تكون أعداد كاملة ومختلفة وسطها الحسابي ٥ ووسطها ٤	
مجموعة بيانات من خمسة قيم يكون وسطها الحسابي أكبر من كل القيم إلا قيمة واحدة	

تمرين: رقم (٦) كتاب النشاط صفحة ٦٩

يتضمن الصف العاشر ست طلاب لديهم ٤ إخوة، وسبع طلاب لديهم ٥ إخوة، وثمانية طلاب لديهم ٣ إخوة، وتسعة طلاب لديهم أخوان اثنان، وعشرة طلاب لديهم أخ واحد.

( أ ) ما الوسط الحسابي لعدد إخوة الطلاب الموجودين في الصف؟

( ب ) ما المنوال لعدد الإخوة الموجودين في الصف؟

الحل:

تمرين إثرائي-١:

إذا كان الوسط الحسابي لخمس قيم هو  $أ$  وأضيفت له قيمة سادسة مقدارها  $أ$  حوط على قيمة الوسط الحسابي للقيم الست:

أ٢      أ      أ+١      أ-١

تمرين إثرائي-٢:

يقول حمد إذا كان الوسط الحسابي لدرجات حرارة ١٠ أكواب من القهوة هو  $٨٩,٦$  °س والوسط الحسابي لدرجات حرارة ٢٠ كوبًا آخر هو  $٩٢,١$  °س، فإن الوسط الحسابي لدرجات حرارة ٣٠ كوبًا هي  $٩٠,٨٥$  °س



هل حمد على صواب؟  نعم  لا ، فسراجابتك

الحل:

(١-٥-ب) إجراء مقارنات باستخدام المقاييس الإحصائية:

التعلم القبلي: تذكر أن:

(١) الوسط الحسابي يمثل جميع القيم، ولكنه يمكن أن ينحرف عند وجود قيم متطرفة.

(٢) الوسيط والمنوال لا يتأثران بالقيم المتطرفة، ولكنه قد لا يمثلان جميع البيانات بشكل عادل إذا كانت قيم البيانات منتشرة بشكل واسع.

يمكن قياس انتشار البيانات عن طريق إيجاد مقاييس الانتشار ومنها (المدى)

المدى: هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

مثال: أوجد المدى للقيم: ١١ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٧

الحل: المدى =

تدريب-١: أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى للبيانات:

٨ ٧ ١ ٢ ٥ ٨ ٤

الحل:



تدريب-٢:

لدى أحمد درجات ثلاث اختبارات أصغر درجة هي ٥٢ والمدى يساوي ٣٧ ، والوسط الحسابي يساوي ٦٦ ، ما هي الثلاث الدرجات لدى أحمد؟

الحل:

ملاحظات:

← يمكن المقارنة بين مجموعتين وأكثر من البيانات باستخدام إحدى قيم المقاييس الإحصائية .

← كلما زادت قيمة المدى زاد انتشار القيم وقل ثباتها.

← كلما كانت قيمة المدى أصغر كان الوسط الحسابي أكثر فعالية في تمثيل البيانات.

مثال: رقم (٢) كتاب الطالب صفحة ١١٦

تقويم ختامي: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١١٧  
يبين الجدول التالي الدرجات التي حصلت عليها شعبتان في اختبار الرياضيات،  
علمًا بأن درجات الاختبار من ٢٠ درجة:

١٢	١٨	١٦	١٣	١٣	١٢	٢٠	١٩	٤	١٣	١٢	الشعبة الأولى
٣	١٩	١٧	١٥	١٣	٢٠	٢٠	١٥	٩	٦	١٣	الشعبة الثانية

- (١) احسب الوسط الحسابي والوسيط لدرجات كل شعبة
- (٢) أوجد المدى لدرجات كل شعبة.
- (٣) أي الشعبتين كانت درجاتها أفضل في الاختبار؟
- (٤) أي الشعبتين كانت درجاتها أكثر ثباتًا في الاختبار؟

الحل:

الواجب المنزلي: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٧٣

تدريب: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١١٧  
يجمع الصديقان سلمان وأمين ثمار التوت في مجموعة من العُلب، وكلما ملأ  
أحدهما علبة يُسجل كتلتها بالكيلوغرامات، كما هو مبين في الجدول التالي:

٠,١٣٩	٠,٢٠١	٠,١٤٥	٠,١٣٢	٠,١٨٩	٠,١٥٥	٠,١١٢	٠,١٣٢	٠,١٣٥	٠,١٨٢	٠,١٤٥	سلمان
		٠,١٢٨	٠,١٣٤	٠,١٨٢	٠,١٢٣	٠,١٣٢	٠,١٤٥	٠,١٣٤	٠,١٤٣	٠,١٣١	أمين

- احسب لكل منهما:
- (١) الوسط الحسابي لكتل علب التوت التي جمعها
  - (٢) المدى لكتل علب التوت التي جمعها
  - (٣) أي منهما جمع توتًا كتلته أكبر؟
  - (٤) أي منهما كان جمعه للتوت أكثر ثباتًا؟

الحل:



### ثانياً الوسيط:

- يوجد موقع الوسيط  $\leftarrow$  عدد التكرارات زوجي  $\leftarrow$  يوجد قيمتين وسيطين

$$\text{الوسيط} = \frac{\text{الوسيط الحسابي لهما}}{2}$$

موقع القيمة الأولى =  $\frac{1}{2} = 0.5$  وموقع القيمة الثانية = ٥١

- نقوم بجمع التكرارات بالترتيب حتى نجد القيمة التي تجعلك تتجاوز أو تعاذل إحدى قيمتي المنتصف فتكون هذه هي قيمة الوسيط

مجموع تكرارات القيمة (٠) = ٤

مجموع تكرارات القيمتين (٠)، (١) = ٤٠

مجموع تكرارات القيم (٠)، (١)، (٢) = ٦٧

القيمة ٥٠ والقيمة ٥١ هي ٢

س	التكرار
٠	٤
١	٣٦
٢	٢٧
٣	٢١
٤	٥
٥	٤
٦	٢
٧	١

$$\frac{2+2}{2} = \text{الوسيط}$$

$$\text{الوسيط} = 2$$

### ثالثاً المنوال:

المنوال هو القيمة التي تقابل أكثر تكرارا (قد يكون هناك أكثر من منوال)

(يقابله أعلى تكرار وهو ٣٦ مرة)

$$\text{المنوال} = 1$$

### رابعاً المدى:

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

$$\text{المدى} = 7 - 0 = 7$$

## ٢-٥) الجداول التكرارية

التعلم القبلي: أنشئ جدولا تكراريا للبيانات التالية:

١	٨	٧	٤	٦	١	٣	٣	٥	٦	٩	٨	٢	١	٥	٤	٣
٥	٤	٩	١	٥	٢	٤	٣	٨	٧	٥	٤	٣	٢	٥	٥	١
٨	٤	٤	١	٦	٥	٤	٣	٤	٥	١	٢	٩	٨	٧	٦	

الحل:

العدد
التكرار

## ٢-٥) حساب المقاييس الإحصائية للبيانات التكرارية

مثال توضيحي: البيانات المسجلة في الجدول التالي توضح الدراسة المسحية لعدد الأطفال في ١٠٠ أسرة: أحسب الوسيط الحسابي والمنوال والوسيط والمدى لهذه البيانات

عدد الأطفال في الأسرة الواحدة	عدد الأسر
٧	٦
٥	٤
٤	٣
٢	١
٠	٤
١	٢
٤	٥
٢١	٢٧
٣٦	٣٦

الحل:

### أولاً الوسيط الحسابي:

لحساب الوسيط الحسابي نقوم بإضافة عمود إلى الجدول ليسجل فيه حاصل ضرب القيمة  $\times$  التكرار

الوسيط الحسابي = مجموع (التكرارات  $\times$  القيمة) إجمالي التكرارات

$$\frac{212}{100} =$$

$$\text{الوسيط الحسابي} = 2,12$$

س	التكرار	س $\times$ التكرار
٠	٤	٠
١	٣٦	٣٦
٢	٢٧	٥٤
٣	٢١	٦٣
٤	٥	٢٠
٥	٤	٢٠
٦	٢	١٢
٧	١	٧
المجموع	١٠٠	٢١٢

مثال: رقم (٣) كتاب الطالب صفحة ١٢٣

تعدّ رقية الرسائل البريدية الإلكترونية التي تصلها يوميًا لمُدّة ٦٠ يومًا، وتسجّل عددها في الجدول التالي: أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى

عدد الرسائل في كل يوم	٠	١	٢	٣	٤	٥
التكرار	٢٨	٢١	٦	٣	١	١

الحل:

نشاط فردي: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٢٣

يُبيّن الجدول التالي الدرجات التي حصل عليها مجموعة من طلب الصف العاشر في أحد اختبارات مادة الفيزياء (الدرجة الكلية للاختبار ١٠ درجات)

الدرجة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد الطلبة	١	٠	٣	٢	٢	٤	٣	٤	٦	٣	٢

الحل:

(١) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى

(٢) ما أفضل مقياس إحصائي يمكن أن يستخدمه المعلم بحيث يعبر عن خلاله عن أداء الطلبة؟ ولماذا؟

مثال : حوط قيمة المنوال من الجدول التكراري المقابل :

س	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥
التكرار	٤	٣	٦	٢	٥

٢٥      ٢٠      ١٥      ١٠      ٥

نشاط فردي : أكمل الجدول التكراري التالي ثم أوجد الوسط الحسابي والمنوال

القيمة (س)	التكرار	س × التكرار
٤	٣	١٢
٨	٤	.....
١٢	٥	.....
١٦	٨	.....
٢٠	٤	.....
المجموع	٢٤	.....

الوسط الحسابي =

المنوال =

تنظيم البيانات في مخطط الساق والورقة

التعلم القبلي: رقم (١/٧) كتاب الطالب صفحة ١٢٤

(أنشئ مخطط الساق والورقة لعرض البيانات)

سجلت ندى عدد القطع الإلكترونية التي تنتجها إحدى الآلات في كل ساعة ولمدة ٢٤ ساعة على النحو التالي:

١٢٨ ١٤٣ ١٢١ ١٢٦ ١٣٤ ١٥٠ ١٢٨ ١٣٢ ١٤٠ ١٣١ ١٤٦ ١٢٨  
١٢٩ ١٢٦ ١٤٢ ١٣٣ ١٣٠ ١٣٦ ١٢٩ ١٤٢ ١٢٥ ١٤٠ ١٣٨ ١٣٣

الحل:

يمكن تحديد قيم الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى من مخطط الساق والورقة

مثال توضيحي: يبين مخطط الساق والورقة التالي عدد الدقائق التي يقضيها سالم على مواقع التواصل الاجتماعي كل يوم لمدة ثلاثة أسابيع أحسب المنوال والوسيط والوسط الحسابي والمدى لهذه البيانات:

الساق	الورقة
٠	٩ ٨ ٧ ٥
١	٧ ٥ ٣ ١ ١ ١
٢	٧ ٥ ٢ ١
٣	٩ ٨ ١
٤	٩ ٤ ٣
٥	٨
المفتاح	٥ = ٠

الحل:

المدى = ٥ - ٥٨ = ٥٣

الوسيط = ٢١

المنوال = ١١

لايجاد الوسط الحسابي: نوجد مجموع كل

القيم بجمع قيم كل صف.

الوسط الحسابي =  $\frac{٤٤٦}{٢١} = ٢١,٢$

نشاط ثنائي: تقول زينب إذا كان الوسط الحسابي

س	٥	١٠	م	٢٠
تكرار	١	٣	٦	٥

للقيم في الجدول التكراري المقابل

يساوي ١٥، فإن قيمة م = ٣



هل زينب على صواب؟  نعم  لا

فسر إجابتك:

الواجب المنزلي: رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٧٤

نشاط فردي: رقم (٦) كتاب الطالب صفحة ١٢٤

قاس محمود كُتل ٢٠ لاعب كرة قدم مُقَرَّبَة إلى أقرب كيلوغرام، وأنشأ مُخطَّط الساق والورقة التالي:

الساق	الورقة
٤	٦
٥	٠ ٠ ٤
٥	٥ ٩ ٨ ٧
٦	٢ ٣ ١ ١ ٠ ٣
٦	٩ ٦ ٨ ٦
٧	٠ ٤

المفتاح  
٤ | ٦ = ٤٦ كيلوغرامًا

- (أ) أعد رسم مُخطَّط الساق والورقة لتُشكِّل مجموعة بيانات مُرتَّبة.  
 (ب) كم لاعبًا كتلته ٦٠ كغم أو أكثر؟  
 (ج) لماذا لا يُعدَّ المنوال مقياسًا إحصائيًا مفيدًا لهذه البيانات؟  
 (د) ما المدى لكتل اللاعبين؟  
 (هـ) ما الوسيط لكتل اللاعبين؟

الحل:

تقويم ختامي: رقم (٧) كتاب الطالب صفحة ١٢٤

سجَّلت ندى عدد القطع الإلكترونية التي تنتجها إحدى الآلات في كل ساعة ولمدة ٢٤ ساعة على النحو التالي:

١٢٨ ١٤٣ ١٢٨ ١٢١ ١٢٦ ١٣٤ ١٥٠ ١٢٨ ١٣٢ ١٤٠ ١٣١ ١٤٦ ١٢٨  
 ١٢٩ ١٢٦ ١٤٢ ١٣٣ ١٣٠ ١٣٦ ١٢٩ ١٤٢ ١٢٥ ١٤٠ ١٣٨ ١٣٣

باستخدام مخطَّط الساق والورقة:

(أ) حدِّد المدى للبيانات.

(ب) أوجد الوسيط للبيانات

الحل:

الواجب المنزلي: رقم (٣) كتاب النشاط صفحة ٧٥

### (٢-٥-ب) حساب المقاييس الإحصائية والمدى لبيانات متصلة مجمعة في فئات

تعلمت سابقا كيفية كتابة المجموعات (الفئات) باستخدام المتباينات فمثلا الفئة  $120 \leq L < 130$  يعني أن ل أكبر من أو تساوي ١٢٠ ولكنها أقل من ١٣٠.

١٢٠ تسمى القيمة الصغرى (الحد الأدنى للفئة)

١٣٠ تسمى القيمة العظمى (الحد الأعلى للفئة)

#### مركز الفئة (نقطة المنتصف)

هي الوسط الحسابي للقيمتين (الصغرى والعظمى) الواقعتين من طرفي الفئة .

فمثلا: مركز الفئة  $120 \leq L < 130$  يساوي:  $125 = \frac{120 + 130}{2}$

مثال: إذا كان الحد الأعلى لفئة ما يساوي ١٤ ومركزها هو ١٠ فحوظ  
الحد الأدنى لها:

$$24 \qquad 20 \qquad 6 \qquad 5$$

#### ملاحظة:

في الجدول التكراري الذي يتضمن بيانات مجمعة (في فئات) لا يمكن معرفة القيم الحقيقية، بل فقط نعرف الفئات التي تقع فيها وهذا يعني أننا لا نستطيع إيجاد الوسط الحسابي أو الوسيط أو المنوال بشكل دقيق ولكن يمكن إيجاد تقدير لكل منهما

### مثال توضيحي: يبين الجدول التالي العمر الافتراضي ل ٥٠ مصباحا كهربائيا

العمر(ن)	١٤٠ > ن ≥ ١٦٠	١٨٠ > ن ≥ ١٦٠	٢٠٠ > ن ≥ ١٨٠	٢٢٠ > ن ≥ ٢٠٠	٢٤٠ > ن ≥ ٢٢٠
التكرار(ت)	١٢	٢٢	٩	٥	٢

أوجد الوسط الحسابي التقديري لعمر المصباح الكهربائي والفئة المنوالية والفئة الوسيطة وقدر المدى.

#### الحل:

(١) إيجاد الوسط الحسابي التقديري

نوجد مركز كل فئة ثم نضرب مركز الفئة في تكرار هذه الفئة

$$\frac{\sum (م \times ت)}{\sum ت} = \frac{\text{المجموع الكلي (الوكز \times \text{التكرار})}}{\text{مجموع التكرارات}} = \text{الوسط الحسابي التقديري}$$

ت تعني التكرار

م تعني المركز

$\sum$  (سيجما) يعني المجموع

$\sum$  ت تعني مجموع التكرارات

العمر(ن)	التكرار(ت)	م	م × ت
١٦٠ > ن ≥ ١٤٠	١٢	١٥٠	١٨٠٠
١٨٠ > ن ≥ ١٦٠	٢٢	١٧٠	٣٧٤٠
٢٠٠ > ن ≥ ١٨٠	٩	١٩٠	١٧١٠
٢٢٠ > ن ≥ ٢٠٠	٥	٢١٠	١٠٥٠
٢٤٠ > ن ≥ ٢٢٠	٢	٢٣٠	٤٦٠
المجموع	٥٠		٨٧٦٠

$$\text{الوسط الحسابي التقديري} = \frac{\sum (م \times ت)}{\sum ت} = \frac{٨٧٦٠}{٥٠} \approx ١٧٥ \text{ ساعة}$$

الفئة المنوالية هي الفئة التي تحتوي على أكبر تكرار

(٢) الفئة المنوالية هي  $180 > ن \geq 160$

(٣) المدى =  $240 - 140 = 100$

تابع حل مثال توضيحي :

الفئة الوسيطة هي الفئة التي تقع القيمة الوسطى في البيانات

(٤) لإيجاد الفئة الوسيطة:

- نوجد موقع الوسيط
- نقوم بجمع التكرارات في عمود التكرارات حتى نصل إلى ذلك الموقع وتكون الفئة الوسيطة.
- موقع القيمة الوسيطة الأولى =  $\frac{50}{2} = 25$
- موقع القيمة الوسيطة الثانية = 26

العمر(ن)	التكرار(ت)
14.0 > ن ≥ 16.0	12
16.0 > ن ≥ 18.0	22
18.0 > ن ≥ 20.0	9
20.0 > ن ≥ 22.0	5
22.0 > ن ≥ 24.0	2

34

مجموع تكرار أول فئتين = 34

أي أن الفئة الوسيطة هي:

$$16.0 > ن ≥ 18.0$$

الحل:

مثال: يبين الجدول التالي أطوال ٥٠ لوحة في معرض فني. أوجد الوسط الحسابي التقديري لأطوال اللوحات والفئة الوسيطة والفئة المنوالية والمدى

الطول (ل سم)	التكرار (ت)
130 > ل ≥ 135	7
135 > ل ≥ 140	13
140 > ل ≥ 145	15
145 > ل ≥ 150	11
150 > ل ≥ 155	4
المجموع	50 = 34

**تدريب:**

يبين الجدول التالي الفترات الزمنية ل ١٠٠ مُكالمة هاتفية أُوجد:  
الوسط الحسابي التقديري للفترات الزمنية التي استغرقتها المُكالمات  
الهاتفية. (اكتب الناتج بالدقائق والثواني، مُقرَّبًا إلى أقرب ثانية)

الفترة الزمنية (ن دقيقة))	التكرار (ت)
$0 < n \leq 1$	١٢
$1 < n \leq 2$	١٤
$2 < n \leq 4$	٢٠
$4 < n \leq 6$	١٤
$6 < n \leq 8$	١٢
$8 < n \leq 10$	١٨
$10 < n \leq 15$	١٠

**الحل:**

**نشاط فردي:** إذا كان الوسط الحسابي التقديري لمجموعة من البيانات  
المتصلة المجمعة في فئات هو ٣٤ ومجموع تكراراته ٥٠  
فحوظ مجموع حاصل ضرب تكرار كل فئة في مركزها

١٦                      ٨٤                      ٣٧٥                      ١٧٠٠

**نشاط إثرائي:** الجدول المقابل لإيجاد الوسط الحسابي التقديري لدرجات  
م من التلاميذ في أحد الاختبارات :

الدرجات	التكرارات	مركز الفئات	التكرار × المركز
$0 \leq s < 4$	٥	أ	١٠
$4 \leq s < ٤$	ب	٦	٩٠
$٤ \leq s < ١٢$	٣٠	ج	٣٠٠
$١٢ \leq s < ١٦$	ع	هـ	ص
$١٦ \leq s < ٢٠$	١٠	و	س
المجموع	م		١١٤٠

(١) أوجد قيمة كل رمز مجهول في الجدول  
(٢) أوجد الوسط الحسابي التقديري.

**الحل:**

(١) أ = ب = ج = د = هـ  
و = ع = م = س = ص

(٢) الوسط الحسابي التقديري =

**التقويم الختامي:** رقم (١) كتاب النشاط صفحة ٧٧

**الواجب المنزلي:** رقم (٢) كتاب النشاط صفحة ٧٨

نستخدم القواعد التالية لنقدر موقع كل مئيني ضمن مجموعة بيانات مرتبة عددها ن:

$$١ = \text{الربيع الأدنى} = \text{القيمة الواقعة في الموقع } \frac{1}{4}(n+1)$$

$$٢ = \text{الوسيط} = \text{القيمة الواقعة في الموقع } \frac{1}{2}(n+1)$$

$$٣ = \text{الربيع الأعلى} = \text{القيمة الواقعة في الموقع } \frac{3}{4}(n+1)$$

**أنتبه:** إذا لم يكن موقع المئيني عددا كاملا نوجد الوسط الحسابي لزوج القيمتين اللتين تقعان على جانبي الموقع.

**المدى الربيعي:** هو مقياس إحصائي لمعرفة انتشار البيانات أو ثباتها (مقياس لانتشار الـ ٥٠٪ المركزية من البيانات) وهو يتجنب استخدام القيم المتطرفة ويستخدم للمقارنة بين مجموعات من البيانات.

$$\text{المدى الربيعي} = \text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى} = ٣ - ١$$

**مثال توضيحي-١** أوجد الوسيط والربيعات والمدى الربيعي لمجموعة البيانات

٥ ٨ ٩ ٩ ٤ ٥ ٦ ٩ ٦ ٣ ٦ ٤

**الحل:** نرتب القيم ٤ ٣ ٤ ٥ ٥ ٦ ٦ ٨ ٩ ٩ ٩

$$\text{موقع الوسيط} = \frac{1+n}{2} = \frac{1+12}{2} = 6 \quad \leftarrow \text{الوسيط} = 6$$

$$\text{موقع الربيع الأدنى} = \frac{1}{4}(n+1) = \frac{1}{4}(12+1) = 3 \quad \leftarrow ٤ = ١$$

$$\text{موقع الربيع الأعلى} = \frac{3}{4}(n+1) = \frac{3}{4}(12+1) = 9 \quad \leftarrow ٩ = ٣$$

$$\text{المدى الربيعي} = ٣ - ١ = ٩ - ٤ = ٥$$

## ٥-٣-أ) المنينات والربيعات:

**التعلم القبلي:** تعرفنا سابقا على الوسيط ولاحظنا:

(١) الوسيط يقع في منتصف المسافة تماما لمجموعة بيانات مرتبة .

(٢) الوسيط هو القيمة التي يقل عنها نصف القيم ويزيد عنها نصف القيم وذلك بعد ترتيبها أي أن الوسيط هو القيمة التي يقل عنها ٥٠٪ من البيانات ويزيد عنها ٥٠٪ بعد ترتيبها .

هناك مقاييس أخرى تقوم بوصف القيم منها المنينات والربيعات

**أولا: المنينات:** المئيني هو القيمة التي تقسم البيانات بعد ترتيبها تصاعديا إلى ١٠٠ قسم متساوٍ (يحتوي كل قسم على ١٪ من البيانات)

**ملاحظات:**

\* المئيني (١) هو القيمة التي يقل عنها ١٪ من قيم البيانات.

\* المئيني (٢) هو القيمة التي يقل عنها ٢٪ من قيم البيانات .

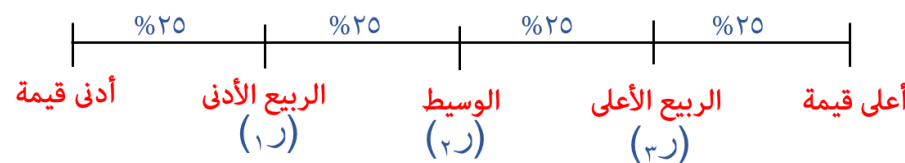
\* المئيني (١٠) هو القيمة التي يقل عنها ١٠٪ من قيم البيانات .

\* المئيني (٥٠) هو القيمة التي يقل عنها ٥٠٪ من قيم البيانات ويمثل الوسيط

**ثانيا: الربيعات:** هي التي تقسم البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية بعد ترتيبها ، هناك منينان مهمان هما الربيع الأدنى والربيع الأعلى

**الربيع الأدنى (١):** هو القيمة التي يكون ربع البيانات (٢٥٪) أقل منها (أي أن ٧٥٪ من البيانات أكبر منها) (هو المئيني ٢٥).

**الربيع الأعلى (٣):** هو القيمة التي يكون ثلاثة أرباع البيانات (٧٥٪) أقل منها (أي أن ربع البيانات المتبقي يكون أكبر منها) (هو المئيني ٧٥).





### نشاط فردي: رقم (٣) كتاب الطالب صفحة ١٣٣

يُجري ماجد دراسة مسحية عن حركة السير في طريقه، حيث قام بتسجيل عدد السيّارات التي تمرّ أمام منزله كل يوم اثنين لمدة ثمانية أسابيع في فصل الصيف بين الساعة ٨:٠٠ و ٩:٠٠ صباحًا، ثم كرّر العملية في فصل الشتاء. حصل ماجد على مجموعتي البيانات التاليتين:

١٣	١٧	٢٦	١٩	٢٥	١٩	١٥	١٨	الصيف:
١٠	١٢	٩	١٣	١١	١٤	٩	١٢	الشتاء:

#### ملاحظة:

المجموعة التي لديها مدى ربيعي أقل هي الأكثر ثباتًا وأقل انتشارًا

(أ) أوجد الوسيط لعدد السيّارات في كل فصل.  
(ب) أوجد المدى الربيعي لعدد السيّارات في كل فصل.  
ماذا تلاحظ؟ فسّر إجابتك.

#### الحل:

### مثال توضيحي-٢:

احسب الوسيط والرّبيع الأدنى والرّبيع الأعلى والمدى الربيعي لمجموعة البيانات:

٦٣ ٥٥ ٤٨ ٤٦ ٥٦ ٦٣ ٤٤ ٦٧

الحل: عدد القيم زوجي  $n = 8$

$$\text{موقع } r = (1+8) \frac{3}{4} = 3,75$$

$$\text{موقع } r_1 = (1+8) \frac{1}{4} = 2,25$$

$$67 \quad \frac{63 \quad 63}{2} = 3,75 \quad \frac{56 \quad 55}{2} = 2,25 \quad \frac{48 \quad 46}{2} = 1,75 \quad 44$$

$$63 = 3,75 \quad 55,5 = 2,25 \quad 47 = 1,75$$

$$\text{المدى الربيعي} = 47 - 63 = 1,75 - 3,75 = 16$$

#### تدريب:

(١) إذا كان الربع الأدنى لمجموعة قيم بيانات يساوي ١٣ والربع الأعلى يساوي ٢٠ حوّل المدى الربيعي لمجموعة القيم

٧ ١٣ ٣٣ ٧٥

(٢) إذا كان الربع الأعلى لمجموعة قيم يساوي ١٠٠ والمدى الربيعي يساوي ٢٠ حوّل الربع الأدنى لمجموعة القيم

١٢٠ ١٠٠ ٨٠ ٢٠

### التقويم الختامي: رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٣٤

استهلاك السيارات للوقود (كم/ لتر)		
القيادة على الطريق السريع	السائق	القيادة داخل المدينة
٨	٠	
٩	٠ ١ ٢ ٤	
١٠	١ ١ ٣ ٥	
٩ ٥ ٥	١١	٢ ٣ ٨
٧ ٢ ١ ١	١٢	٤ ٦ ٧
٦ ٣	١٣	١
٧ ٦ ٥	١٤	٢ ٥
٩ ٧ ٢	١٥	
١ ٠	١٦	
٤	١٧	

المفتاح  
٨ | ٠ = ٨٠,٠ كم/ لتر  
٥ | ١١ = ١١٠,٥ كم/ لتر

تم اختبار استهلاك السيارات للوقود (كم/ لتر) ل ١٨ سيارة جديدة عند القيادة داخل المدينة، وعلى الطريق السريع وتم إنشاء مخطط السائق والورقة المزدوج المجاور

(١) ظلل الإجابة الصحيحة لكل عبارة فيما يلي:

العبارة

٣,٧ ٦,٥ ٥,٩ ٣,٣٥

مدى الكيلومترات لكل لتر من الوقود عند القيادة داخل المدينة

مدى الكيلومترات لكل لتر من الوقود عند القيادة على الطريق السريع

المدى الربيعي لاستهلاك الوقود عند القيادة داخل المدينة

المدى الربيعي لاستهلاك الوقود عند القيادة على الطريق السريع

(٢) تقول زينب:

قيمة الوسيط لاستهلاك الوقود عند القيادة داخل المدينة أكبر من قيمة الوسيط لاستهلاك الوقود عند القيادة على الطريق السريع

هل زينب على صواب؟  نعم  لا



فسر إجابتك

الواجب المنزلي: رقم (١) (ب، ج، د) كتاب النشاط صفحة ٧١

### نشاط جماعي: رقم (٢) كتاب الطالب صفحة ١٣٣

يصعد المصعد الكهربائي لمبنى تجاري من الطابق الأرضي إلى الطوابق العليا ١٥ مرة خلال ساعة واحدة. تُظهر البيانات التالية عدد الأشخاص الذين ركبوا المصعد في كل مرة:

٤ ١٢ ٦ ٤ ٦ ٧ ٤ ٩ ٩ ٢ ٤ ٨ ٥ ٧ ٥

صل بين كل عنصر في العمود الأول بما يناسب في العمود الثاني (يسمح بتوصيل العدد بأكثر من مقياس):

٧

الوسيط

٤

الربيع الأدنى

٦

الربيع الأعلى

٥

٨

المدى الربيعي

٩

سجل ملاحظتك

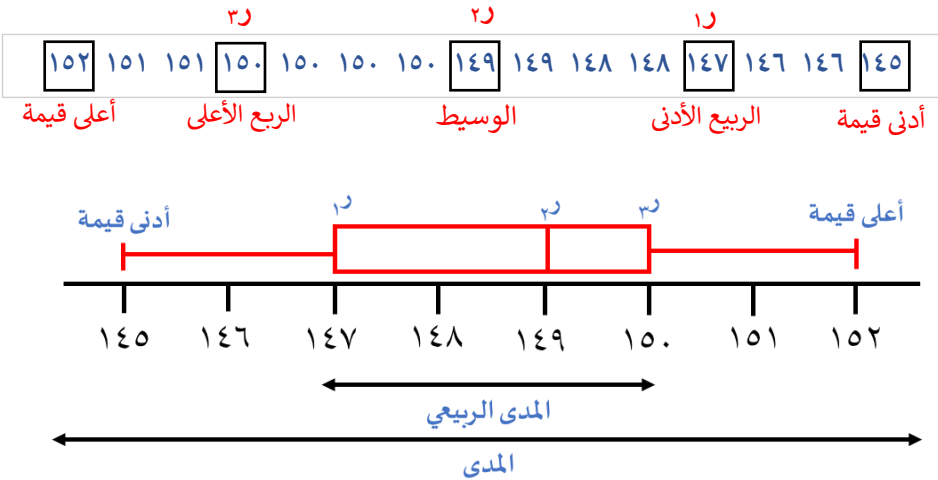
### مثال توضيحي: رقم (١) كتاب الطالب صفحة ١٣٩

سجّل سامي كتل خمسة عشر كيسًا مختلفًا من الفستق، وعرضها (مُقرّبة إلى أقرب غرام) في مجموعة البيانات التالية:

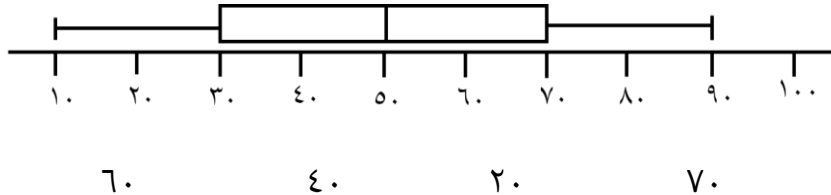
١٤٦	١٥١	١٤٨	١٥٠	١٥٠	١٥٢	١٥٠	١٤٧
	١٤٩	١٤٥	١٥٠	١٤٦	١٤٨	١٥١	١٤٩

أنشئ المخطط الصندوقي لتعرض بيانات كتل أكياس الفستق.

الحل:

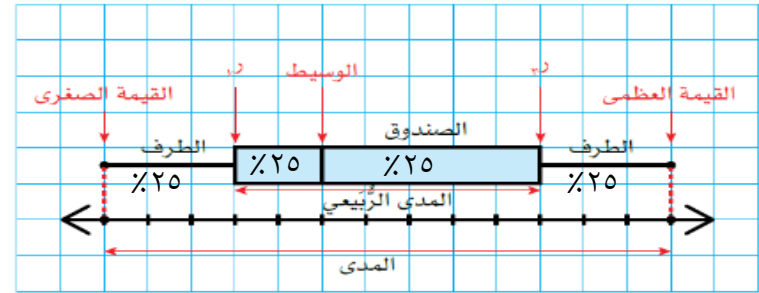
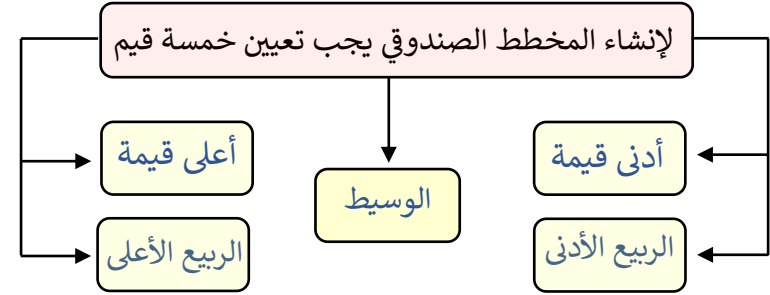


تدريب: إذا كان الشكل الآتي المخطط الصندوقي لدرجات مجموعة من الطلاب في مادة الرياضيات حوط المدى الربيعي



### (٣-٥) (ب) المخطط الصندوقي

المخطط الصندوقي: هو مخطط يبين توزيع مجموعة بيانات في صورة صندوق ومستقيمين (طرفين) مرتبطين به أو هو طريقة معيارية لعرض المدى والربيع الوسيط



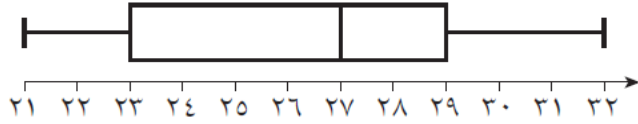
ملاحظات: (١) الصندوق يحتوي على ٥٠% من البيانات.

(٢) كل طرف من أطراف الصندوق يضم ٢٥% من البيانات.

خطوات إنشاء المخطط الصندوقي:

- ١- نحدد قيم كلا من أدنى قيمة -الوسيط- الربع الأدنى -الربيع الأعلى- أعلى قيمة كما تعلمنا سابقا.
- ٢- نرسم خط الأعداد مقسما إلى فترات متساوية بحيث يتضمن أدنى قيمة وأعلى قيمة من البيانات.
- ٣- نحدد العناصر الخمسة على خط الأعداد .
- ٤- نرسم الصندوق حول قيمتي الربعين الأدنى والأعلى ونرسم داخله خط عند قيمة الوسيط ونرسم الطرفين.

**نشاط جماعي:** عرض المخطط الصندوقي التالي على طلاب الصف العاشر وطلب المعلم عرض المعلومات التي يستنتجها من المخطط الصندوقي فكانت إجاباتهم كالتالي:



مازن

الوسيط = ٢٦

ياسين

المدى الربيعي = ٦

أدنى قيمة = ٢١

أحمد

أعلى قيمة = ٢٩

حمد

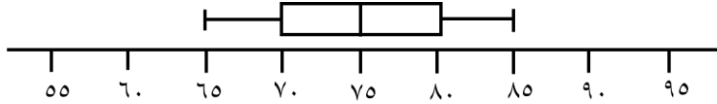
الربيع الأدنى = ٢١

محمد

الربيع الأعلى = ٢٩

أي الطلاب كانت إجابته صحيحة وأيهم خاطئة؟ برر إجابتك

**تمرين إثرائي:** يمثل الشكل المقابل المخطط الصندوقي لدرجات ١٦ طالبا من طلاب الصف العاشر



( أ ) أحسب عدد الذين تقع درجاتهم بين الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

( ب ) حدد القيم المتطرفة.

**الحل:**

**ملاحظة:**

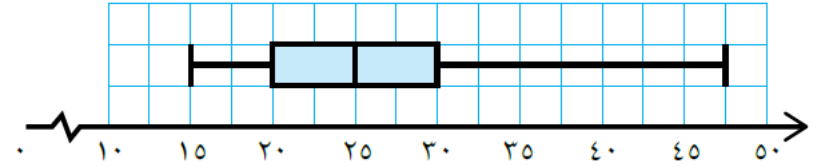
القيمة المتطرفة هي القيمة التي تبعد عن أحد طرفي الصندوق من مسافة ١,٥ مرة من المدى الربيعي

القيمة المتطرفة

= الربيع الأدنى - ١,٥ × المدى الربيعي  
= الربيع الأعلى + ١,٥ × المدى الربيعي

**نشاط فردي:** رقم (٤) كتاب الطالب صفحة ١٤٩

يُبين المخطط الصندوقي التالي المسافة (بالكيلومتر) التي يقطعها عدد من المعلمين يوميا للوصول إلى مدارسهم:



ضع علامة صح في المكان المناسب أمام كل عبار مع التبرير:

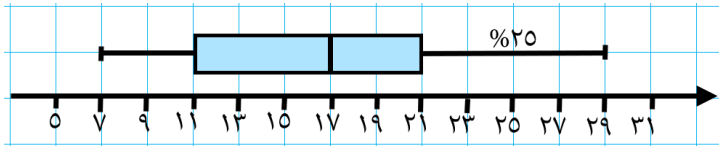
التبرير	خطأ	صح	العبرة
			الوسيط للمسافة التي يقطعها المعلمون للوصول إلى مدارسهم يساوي ٣٠ كم
			أطول مسافة يقطعها أحد المعلمين للوصول إلى مدرسته = ٤٥ كم
			النسبة المئوية للمعلمين الذين يقطعون مسافة ٣٠ كم أو أقل للوصول إلى مدارسهم = ٥٠%
			النسبة المئوية للمعلمين الذين يقطعون مسافة تتراوح بين ١٥ و ٢٥ كم للوصول إلى مدارسهم = ٥٠%
			المدى الربيعي للمجموعة البيانات يساوي ١٠

### تفسير المخطط الصندوقي :

من خلال المخطط نستطيع أن نعرف أين تتجمع نصف البيانات وكيف تنتشر فكلمًا زاد طول الصندوق أو طول طرفي المخطط ازدادت البيانات تباينًا وزاد مداها

### مثال توضيحي : فسر المخطط الصندوقي التالي الذي يبين درجات شعبة

(من ٣ درجات) من طلبة الصف العاشر في إحدى الاختبارات



**الحل:** يبين المخطط الصندوقي في ما يلي:

(١) تتراوح الدرجات بين ٧ و ٢٩ درجة.

(٢) الوسيط هو ١٧ أي أن ٥٠٪ من الطلاب حصلوا على ١٧ درجة أو أقل.

(٣) حصل ٢٥٪ من الطلاب على ١١ درجة أو أقل .

(٤) حصل ٢٥٪ من الطلاب على أكثر من ٢١ درجة.

(٥) الدرجات بين الربيع الأدنى والوسيط أكثر تباعدا وانتشارا من الدرجات التي تقع بين الوسيط والربيع الأعلى.

(٦) بما أن الطرف الأيمن أطول من الطرف الأيسر فإن الدرجات الأكبر من الربيع الأعلى أكثر تباعدا من الدرجات الأقل من الربيع الأدنى .

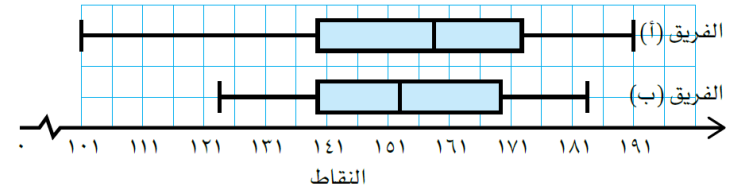
### ملاحظات:

- (١) تستخدم المخططات الصندوقية للمقارنة بين مجموعتي بيانات أو أكثر
- (٢) ليس بالضرورة أن تكون مجموعات البيانات متساوية في عدد القيم .
- (٣) للمقارنة بين مجموعتي بيانات نرسم المخطط الصندوقي لكل مجموعة بحيث يكون أحدهما فوق الآخر على نفس خط الأعداد .

### مناقشة مثال (٩) كتاب الطالب صفحة ١٣٦

### تمرين : رقم (٥) كتاب الطالب صفحة ١٤٠

سجّل أعضاء فريقين رياضيين النقاط التي حصلوا عليها في إحدى الألعاب الرياضية، وأنشأوا المخطط الصندوقي لنتائج كل منهما:



- (أ) ما المدى الرتبّي للفريق (أ)؟
- (ب) ما المدى الرتبّي للفريق (ب)؟
- (ج) أي الفريقين كانت نقاطه أكثر ثباتًا؟
- (د) لكي يستمر الفريق في اللعبة، عليه تسجيل ١٢٠ نقطة على الأقل. أي الفريقين أكثر ترجيحًا لبقائه في اللعبة؟
- (هـ) أي الفريقين حصل على أعلى النقاط؟ فسّر إجابتك.

### الحل:

التقويم الختامي : رقم ( ٥ ) كتاب الطالب صفحة ١٤٢

تبيّن مجموعة البيانات التالية عدد الطلبة الذين حضروا فترة التدريب في رياضة كرة السلة خلال ستة أيام: ١٢ ١٥ ٨ ١٤ ١٣ ١٣  
أوجد كلا من :

(أ) أدنى وأعلى قيمة (ب) الوسيط (ج) الرّبيع الأدنى

(ج) الرّبيع الأعلى (د) المدى (هـ) المدى الرّبيعي

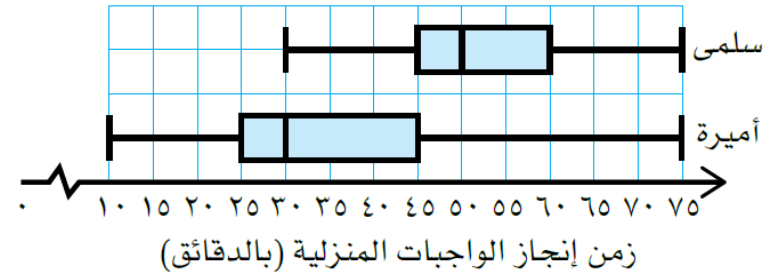
ثم مثل البيانات بالمخطط الصندوقي

الحل:

الواجب المنزلي: ( كتاب النشاط ) رقم (٢) صفحة ٨١ رقم (٣) صفحة ٨٢

تدريب : رقم ( ٦ ) كتاب الطالب صفحة ١٤٠

يُبيّن المخطّط الصندوقي التالي الزمن (بالدقائق) الذي تُنجز فيه سلمى وأميرة واجباتهما المنزلية كل يوم، على مدار فصل دراسي كامل، إلى ماذا يدلّك المخطّط الصندوقي بخصوص سلمى وأميرة؟



الحل: